

## UM SOFTWARE EDUCACIONAL PARA APOIO AO ENSINO DE FRAÇÕES UTILIZANDO REALIDADE AUMENTADA

Tainá R. Silva<sup>1</sup>, Bruno M. Lemos<sup>2</sup>, Carlos V. A. Carvalho<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Severino Sombra, tainarezend@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Severino Sombra / Centro Universitário Geraldo di Biase, bruno.mathematic@gmail.com

<sup>3</sup>Centro Universitário Estadual da Zona Oeste, Centro Universitário Geraldo di Biase / Universidade Severino Sombra,

### RESUMO:

Este artigo tem como objetivo apresentar o desenvolvimento do software chamado SISFRAC. O software SISFRAC aborda como temática o ensino de frações utilizando as técnicas de Realidade Aumentada. O software foi desenvolvido em linguagem C, utilizando o sistema gráfico OPENGLE e da biblioteca ARTToolkit. Nesta primeira versão a abordagem principal é sobre o ensino de frações conhecidas como próprias. O sistema possibilita aos discentes dos anos iniciais da Educação Básica a identificação das frações de forma lúdica, despertando a capacidade de análise e percepção, com isso proporcionando uma aprendizagem significativa.

Palavras-chave: Realidade Aumentada; Software educacional; Frações Própria.

### ABSTRACT:

This article aims to present the development of software called SISFRAC. The SISFRAC software discusses as thematic teaching fractions using the techniques of Augmented Reality (AR). The software was developed in C language, using the graphics system OPENGLE and ARTToolkit library. In this first version the main approach is about teaching fractions known as proper fractions. The system enables learners in the early years of Basic Education to identify the fractions in a playful manner, awakening the capacity for analysis and perception, thereby providing a meaningful learning.

Key-words: Augmented Reality; Educational Software; Proper Fraction

## 1 INTRODUÇÃO

A tecnologia no transcorrer de sua evolução histórica tem propiciado grandes avanços no auxílio das atividades humanas. Nesse contexto, pode-se destacar um campo em crescimento: os sistemas computacionais educacionais, ferramentas desenvolvidas com o intuito de contribuir para o processo de ensino e de aprendizagem.

Por consequência, o presente trabalho foi elaborado com o intuito de apresentar o desenvolvimento computacional e uma proposta pedagógica do software chamado SISFRAC, que utiliza a técnica de Realidade

Aumentada (RA). Trata-se de uma ferramenta computacional para facilitar o processo educacional, sobre o conceito de frações, visto que este conteúdo tem grande presença na vida cotidiana. O mesmo está embasado na Teoria da Aprendizagem significativa, como um material potencialmente significativo.

A literatura apresenta diversos artigos onde são mostrados a importância do emprego de softwares educacionais. O grupo de pesquisa da Universidade Severino Sombra tem dedicado um laboratório exclusivo, Laboratório Euclides - Pesquisa e Desenvolvimento de Softwares Educacionais, para implementar soluções computacionais

para implementar soluções computacionais integrando a técnica de RA no processo de ensino e aprendizagem das mais diversas áreas de estudo, em especial a matemática (CARVALHO; LEMOS, 2014). Alguns dos produtos desenvolvidos pelo grupo podem ser vistos em Lemos (2011) onde é apresentado o software SISEULER desenvolvido para utilização de RA no ensino da relação de Euler (Figura 1) e no artigo de Carvalho e Lemos (2011), onde é apresentado um software em RA para o ensino do sistema de numeração decimal-posicional.

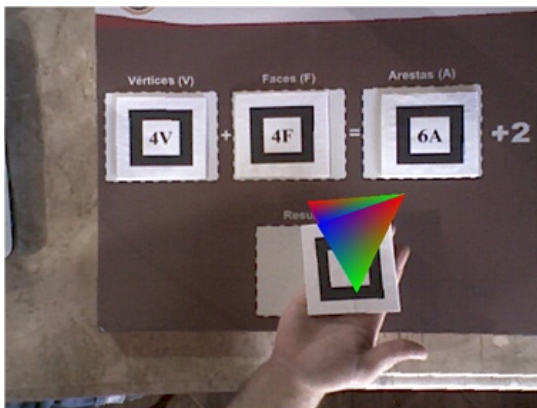


Figura 1 - Software SISEULER desenvolvido para utilização de RA no ensino da relação de Euler.

Este artigo está organizado da seguinte maneira: a próxima seção apresenta um estudo matemático sobre frações, envolvendo a sua abordagem histórica e conceitual. A terceira seção apresenta o desenvolvimento do software SISFRAC. A quarta seção apresenta uma proposta pedagógica usando o software SISFRAC e a última seção apresentam as considerações finais.

## 2 ESTUDO SOBRE FRAÇÕES: ABORDAGEM HISTÓRICA E CONCEITUAL.

Desde as civilizações mais antigas, a necessidade de utilizar números que representam partes de um inteiro se fez presente. A história das frações mostra como o

conhecimento do significado de frações foi desenvolvido a partir das necessidades de organização e sobrevivência das civilizações. (BOYER, 1996)

Conforme relata os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as metodologias utilizadas para o ensino da Matemática devem ser voltadas para o cotidiano do aluno.

Tradicionalmente a prática mais frequente no ensino da matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem.

Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não aprendeu o conteúdo e não sabe como utilizá-lo em outros contextos. (BRASIL, 1998, p.37)

Este artigo, com o intuito de mitigar possíveis dificuldades encontradas no ensino de frações, conjectura com a proposta que o aluno não aprenda de maneira mecânica, mas que desenvolva a capacidade crítica, sabendo aplicar no seu cotidiano o que lhe foi ensinado.

### 2.1 ABORDAGEM HISTÓRICA

Noções primitivas relacionadas com os conceitos de números, grandeza e forma podem ser encontradas nos primeiros tempos da raça humana, e vislumbres de noções matemáticas se encontram em formas de vida que podem datar de milhões de anos antes da humanidade. (BOYER, 1996, p.1).

Os números naturais foram os

serem criados pelo homem para resolver seus problemas de contagem. Quando o homem precisou resolver outros problemas da sua vida diária como, por exemplo, medir e representar medidas fez-se necessário criar outro tipo de número: os números fracionários.

Conforme abordado por Guelli (1994, p.22), por volta do ano 3000 a.c., no antigo Egito, um faraó chamado Sesóstris distribuiu as terras das margens do rio Nilo a alguns agricultores, essas terras eram muito valorizadas, pois uma vez por ano eram inundadas tornando-se muito férteis.

Os egípcios usavam cordas para medir o tamanho dos terrenos e após as cheias do rio Nilo as demarcações se perdiam. Usavam uma unidade de medida marcada nas cordas, que eram esticadas para verificar, quantas vezes a referida unidade cabia no terreno, por isso eles eram chamados de estiradores de cordas. Como nem sempre essa medida cabia inteira nos lados do terreno, surgiu um problema que só foi resolvido com a criação do número fracionário, este representado com o uso de frações, porém eles só entendiam a fração unitária, ou seja, as frações cujo numerador é igual a um. Para escrevê-las, há cerca de 4000 anos atrás, os egípcios colocavam um sinal oval alongado sobre o denominador (Figura 2).

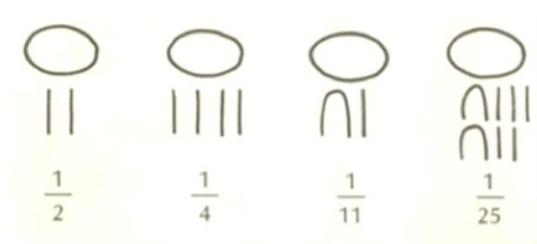


Figura 2 - Representação egípcia de frações. Fonte: (GUELLI, 1994, p.24).

Havia uma única exceção, a fração  $2/3$ , que recebia um tratamento diferenciado, sendo utilizada até para o cálculo de  $1/3$ .

Atribuíam à fração  $2/3$  um papel especial nos processos aritméticos de modo que para achar o terço de um número primeiro achavam os dois terços e tomavam depois a metade disso. Conheciam e usavam o fato de dois terços da fração unitária  $1/p$  ser a soma de duas frações unitárias  $1/2p$  e  $1/6p$ ; também tinham percebido que o dobro da fração  $1/2p$  é a fração  $1/p$ . No entanto, parece que tirando a fração  $2/3$  os egípcios consideravam a fração racional própria geral da forma  $m/n$  não como uma coisa elementar, mas como parte um processo incompleto. (BOYER, 1996, p.9).

As demais frações com numerador diferente de 1, eram descritas a partir das combinações de frações unitárias, conforme aponta Boyer (1996, p.9): “A fração  $3/5$ , para nós uma única fração irredutível, era pensada pelos escribas egípcios como soma de três frações unitárias  $1/3$  e  $1/5$  e  $1/15$ ”.

A soma de frações de numerador 1 representava as outras frações, mas “[...] não colocavam o sinal de adição (+) entre as frações, porque os símbolos das operações ainda não tinham sido inventados” (GUELLI, 1994, p. 24), nesse sentido Davis (1992), informa:

Muitos historiadores levantaram a hipótese de que os símbolos de + e – tenham sua origem na prática mercantil, onde indicavam excesso e falta, respectivamente. Alguns tentam remontar o sinal de menos já aos tempos de Heron (ou Hero) de Alexandria e Diofanto. O sinal de mais, como uma abreviatura de palavra latina et (“e”), ainda aparecendo como o traço descendente não bem vertical, foi encontrado num manuscrito de 1417. (DAVIS, 1992, p. 56)

De acordo com Boyer (1996, p.9) a maneira de composição de fração como soma

de frações unitárias era encontrada no Papiro de Ahmes, que foi recuperado e copiado em 1650 a.C.

Um certo número de papiros egípcios de algum modo resistiu ao desgaste do tempo por mais de três e meio milênios. O mais extenso dos de natureza matemática é um rolo de papiro com cerca de 0,30 m de altura e 5 m de comprimento, que está agora no British Museum (exceto uns poucos fragmentos que estão no Brooklin Museum). Foi comprado em 1858 numa cidade à beira do Nilo, por um antiquário escocês, Henry Rhind; por isso é conhecido como Papiro de Rhind, ou menos frequentemente, chamado Papiro Ahmes em honra ao escriba que o copiou por volta de 1650 a.C. O escriba conta que o material provém de um protótipo do Reino do Meio de cerca de 2000 a 1800 a.C. (BOYER, 1996, p.8).

O Papiro de Ahmes contém uma série de tabelas e 85 problemas e as suas soluções, que descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, inclusive como transformar frações gerais em somas de frações unitárias. Como relata Boyer (1996, p.18), na Babilônia há cerca de 4.000 anos foi desenvolvido um sistema de numeração mais complexo que o dos egípcios: o sistema posicional, em que a posição dos algarismos modifica seus respectivos valores. Além desse, utilizavam o sistema de numeração sexagesimal, isto é, considerando base sessenta.

Muito se escreveu sobre os motivos dessa mudança; sugeriu-se que considerações astronômicas podem ter sido determinantes ou que o sistema sexagesimal pode ter sido a combinação natural de dois mais antigos, um decimal outro em base seis. Parece mais provável, porém, que a base sessenta fosse adotada conscientemente e legalizada no interesse da metrologia, pois uma

grandeza de sessenta unidades pode ser facilmente subdividida em metades, terços, quartos, quintos, décimos, doze avos, quinze avos, vigésimos e trigésimos, fornecendo assim dez possíveis subdivisões. (BOYER, 1996, p. 17).

Apesar da facilidade em calcular as partes no sistema sexagesimal, Boyer (1996, p. 119) relata que as frações sexagesimais só constam em trabalhos científicos de astrônomos e físicos, não se tornando um conhecimento para o homem comum da época.

Os matemáticos gregos também utilizavam o sistema de numeração sexagesimal, através do qual Ptolomeu dividiu a circunferência em 360 graus (medidas dos ângulos), a hora em 60 minutos e estes em 60 segundos (unidades de tempo). “Sem dúvida foi o sistema sexagesimal que levou Ptolomeu a subdividir o diâmetro de seu círculo trigonométrico em 120 partes; cada uma dessas ele subdividiu de novo em sessenta minutos e cada minuto de comprimento em sessenta segundos”. (BOYER, 1996, p. 113).

O matemático grego Heron de Alexandria (100 d.c ) preferiu utilizar o sistema egípcio de frações unitárias, cujo uso permaneceu Europa por mais de 10 séculos, o que foi evidenciado por Boyer.(1996, p. 119) ao relatar: “Ao dividir 25 por treze ele escreve a resposta como  $1 + 1/2 + 1/3 + 1/78$ .”

Os chineses adotaram o sistema de frações decimais, cujo denominador é uma potência de 10.

Nenhuma descrição da numeração chinesa seria completa sem uma referência ao uso de frações. Os chineses conheciam as operações sobre frações comuns, para as quais achavam o mínimo denominador comum. Como em outros contextos, viam analogias com as diferenças entre os sexos, referindo-se ao numerador como “filho” e ao denominador como “mãe”. A ênfase sobre yin e yang (opostos, especialmente

em sexo) tornava mais fácil seguir as regras para manipular frações. Mais importante do que essas; no entanto, era a tendência à decimalização de frações na China. (BOYER, 1996, p.137).

No século XVI, surge a fração decimal, apesar de constar registros de uso das mesmas na China, na Arábia medieval e na Europa do Renascimento, somente através de um holandês chamado Simon Stevin de Bruges as frações decimais tiveram um destaque maior. Como ‘relata Boyer (1996, p.217): “Ele queria ensinar a todos, como efetuar com facilidade nunca vista, todas as computações necessárias entre os homens por meio de inteiros sem frações”. A maneira de Stevin representar a fração decimal é descrita por Guelli:

Stevin não usava o denominador. Ao lado ou acima de cada algarismo do numerador, ele escrevia um número que indicava a posição que hoje o algarismo ocupa depois da vírgula no número decimal. (GUELLI, 1994, p.52)

Alguns exemplos dessas representações podem ser conferidos na Figura 3.

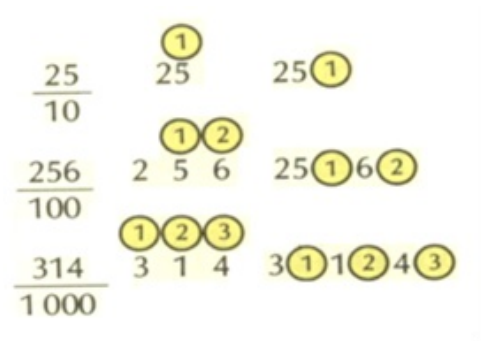


Figura 3 - Representação de frações decimais segundo Stevin.

Mais tarde, o matemático escocês Napier aperfeiçoou a técnica de Stevin, “colocando um traço sob os algarismos do numerador. O número de algarismos assinalados indicava o número de zeros do denominador” (GUELLI, 1994, p. 52).

25                      256                      003

Em 1617, Napier utilizou um novo método de separação da parte inteira da decimal, adotou o uso de um ponto ou de uma vírgula. Sistema que se mantém até os dias atuais.

2.5      2.56    0.314    0.05    0.003  
2,5      2,56    0,314    0,05    0,003

O modo atual de escrever as frações parece ter origem hindu, sendo também encontradas em trabalhos de matemáticos gregos.

O atual método de escrever frações parece ter-se originado com os hindus. Talvez tenha derivado da Grécia, onde foi usado no período final. No manuscrito Bakhshali (c.século VI?) escreviam-se frações com numerador sobre o denominador, sem nenhuma linha divisória. Inteiros eram escritos como frações de denominador 1. Já em 1000 os árabes tinham introduzido as barras nas formas a/b, a – b, a . (DAVIS, 1992, p.53)

Aos árabes é atribuído o mérito de resgate e preservação dessas origens.

Alguns historiadores entendem que os árabes pouco acrescentaram de novo, mas todos concordam em lhes atribuir mérito por terem preservado durante a Idade Média os trabalhos gregos e hindus para a posteridade. Sem suas traduções, a maior parte desse trabalho anterior teria sido perdida. (BAUMGART, 1992, p.79)  
A palavra árabe que designa fração, al-kasr, é derivada do radical do verbo cujo significado é “quebrar”. As formas latinas

*fractio* e *minutumruptus* eram traduzidas por antigos autores da língua inglesa como brokennumbers (números quebrados). (DAVIS, 1992, p.54)

## 2.2 CONCEITO DE FRAÇÕES

Antes deste artigo recorrer a uma definição formal de fração, opta-se por abordar uma noção intuitiva do termo. É plausível conceber que uma fração representa partes do todo e também é factível que esse assunto é abordado nas séries iniciais do ensino fundamental. Outrossim, a representação numérica é feita através de dois números separados por uma barra ou traço. Esses números são respectivamente chamados em nosso ensino de numerador e denominador. Para melhor entender o conceito de fração este artigo destaca Ramos (1997) que apresenta:

Fração é todo par de números naturais  $a/b$ , onde:  $b$ , chamado denominador, indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido;  $a$ , chamado numerador, indica o número de partes consideradas deste inteiro. Observação importante: Como não existe divisão por zero, não existe fração com denominador zero. (RAMOS, 1997, p.7).

Gimenez e Bairral (2005, p.8) esclarece que: “O denominador 'termo que denomina (o que dá o nome)', se refere à unidade porque a constrói, a recupera”

Por exemplo, um quarto é algo que se repete quatro vezes para reconstruir a unidade. Normalmente o numerador indica quantas partes foram consideradas do objeto de cálculo e o denominador determina o tamanho das partes iguais que foi dividido o todo considerado.

A respeito de definições erradas para frações, relata Gimenez e Bairral:

Existem três concepções errôneas comumente apresentadas pelos estudantes

sobre as frações, a saber: (a) a fração é uma parte menor da unidade; (b) são dois números separados por um traço; (c) a fração é um operador que sempre indica uma subdivisão e, portanto, um resultado menor. (GIMENEZ; BAIRRAL, 2005, p.7)

As frações podem ser classificadas em: próprias, impróprias, mistas, equivalentes, aparentes, ordinárias e decimais.

Segundo Ferreira (2001, p.331): “Fração ordinária. Mat. Fração cujo denominador não é potência de 10.”

Para Ferreira (2001, p.331), quando o denominador de uma fração é o número dez ou potência dele, chama-se fração decimal: “Fração decimal. Mat. Fração própria cujo denominador é uma potência de 10.”

No entanto, as frações cujo numerador é maior que o denominador, emprega-se a estas o nome de frações impróprias, o que nos dá uma ideia contrária ao conceito de fração própria.

Ferreira (2001, p.331) define: “Fração imprópria. Mat. Fração ordinária cujo numerador é maior que o denominador.” Como por exemplo:  $3/2$ ,  $7/3$  ou  $19/4$ .

Este trabalho corrobora a ideia que o educador deve priorizar a utilização de jogos e atividades lúdicas que explorem inicialmente as noções mais simples de fração.

É importante destacar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas, em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução, e não atividades voltadas para a memorização, desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce dos conceitos. (BRASIL, 1998, p. 63)

Apesar da classificação didática dos

diferentes tipos de frações, a versão inicial do software SISFRAC, irá abordar as frações conhecidas como próprias.

### 3 DESENVOLVIMENTO SISFRAC

O software apresentado neste trabalho, intitulado de SISFRAC, foi desenvolvido na linguagem de programação C. Para a construção dos desenhos virtuais foi utilizado o sistema gráfico OpenGL (WOO, 1999) e a biblioteca ARToolkit (ARTOOLKIT, 2013), necessária para identificar os marcadores através de técnicas de visão computacional.

A tecnologia RA é uma subárea da computação gráfica, que compreende a implantação de objetos virtuais no mundo real, através de algum dispositivo tecnológico. Possui diversas definições de alguns entusiastas no assunto, porém cabe salientar que será depreendida a de Milgram e Kishino (1994) que explicam RA como um subconjunto da Realidade Misturada localizada dentro do continuum de virtualidade no qual se encontram o Ambiente Real (AR) e o Ambiente Virtual (AV). Esse continuum pode atribuir a uma aplicação ser RA ou Virtualidade Aumentada desde que exista uma combinação entre os mundos reais e virtuais, considerando a mesma em tempo real e registrada em três dimensões, como complementa Azuma (1997).

As aplicações de RA que utilizam marcadores, precisam da biblioteca ARToolkit para a visualização dos objetos virtuais e esta por sua vez precisa dos marcadores, para sobreposição do mundo real. Estes são compostos de forma quadrada, com borda de cor preta 25% de largura do mesmo e no centro contêm uma imagem não simétrica e de alto contraste, permitindo através da posição da câmera sobrepor objetos virtuais sobre os marcadores. Pode-se observar na Figura 4, um marcador da fração 1/8.



Figura 4 - Exemplo de marcador. Fonte: Silva (2013).

Nesse artigo, foram confeccionados marcadores para cada fração de estudo deste software, e por isso há uma imagem virtual tridimensional gerada para cada marcador. Os mesmos foram idealizados e construídos de forma diferenciada, para despertar o interesse do aluno e propor uma atividade significativa no contexto da aprendizagem. Internamente os marcadores são identificados por arquivos. Quando o mesmo é identificado pela webcam, o fluxo da informação é desviado para o código que desenha a fração correspondente ao marcador identificado. As Figuras 5 e 6 apresentam um trecho do código desenvolvido.

```
if (ummeio)
{
    displayummeio( patt_trans );
    printf("Desenhando um meio      ");
}
else if (umterco)
{
    displayumterco( patt_trans );
    printf("Desenhando um terço     ");
}
else if (umquarto)
{
    displayumquarto( patt_trans );
    printf("Desenhando um quarto      ");
}
else if (umquinto)
{
    displayumquinto( patt_trans );
    printf("Desenhando um quinto       ");
}

else if (umsexto)
{
    displayumsexto( patt_trans );
    printf("Desenhando um sexto        ");
}
```

Figura 5 - Trecho do código onde é testado qual o marcador visível. Fonte: Silva (2013).

```

static void displayumterco( double trans[3][4] )
{
    double    gl_para[16];

    argDrawMode3D();
    argDraw3dCamera( 0, 0 );
    glClearDepth( 1.0 );
    glClear(GL_DEPTH_BUFFER_BIT);
    glEnable(GL_DEPTH_TEST);
    glDepthFunc(GL_LEQUAL);

    /* load the camera transformation matrix */
    argConvGlptra(trans, gl_para);
    glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
    glLoadMatrixd( gl_para );

    glMatrixMode(GL_MODELVIEW);

    /* faz a ampliação do desenho */

    glScalef( 2.0, 2.0, 2.0 );

    desenhaumterco ();

    glDisable( GL_LIGHTING );

    glDisable( GL_DEPTH_TEST );
}

```

Figura 6 - Trecho do código que desenha a fração 1/4. Fonte: Silva (2013).

Para execução do programa, é necessário realizar as seguintes etapas descritas na Figura 7 a seguir:

- Escolha do marcador a ser trabalhado no momento;
- Captura do marcador;
- Identifica o marcador;
- Posiciona e orienta os objetos virtuais;
- Exibe a imagem real sobre o virtual;

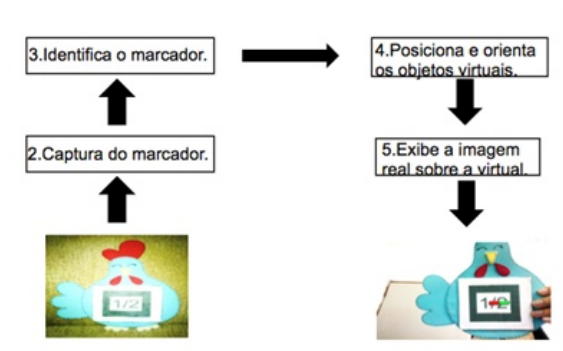


Figura 7 - Esquema de funcionamento do software SISFRAC. Fonte: Silva (2013).

#### 4 A proposta pedagógica utilizando o SISFRAC

A proposta pedagógica desse trabalho consiste na inserção de ferramentas computacionais no processo educacional, ou seja, os softwares educacionais, compreendidos como objetos de auxílio no processo ensino-aprendizagem.

Conforme Valente (1999), a utilização de softwares educacionais é uma das formas de integrar e inovar dentro do ambiente de sala de aula, proporcionando de maneira significativa o entendimento do conteúdo e transformando o professor diante dessa perspectiva em agente de aprendizagem, ou seja, deixando de ser fornecedor da informação para facilitador da mesma.

Pode-se constatar esta premissa através da Teoria de Aprendizagem Significativa de David Ausubel citada por (MOREIRA & MASINI, 2001), relatando que a aprendizagem significativa consiste na aquisição de novos conceitos a partir da interação entre o conhecimento que o aluno possui com o adquirido no momento, servindo como âncora para novas ideias. A Figura 8 apresenta um resumo do mapa conceitual da teoria da aprendizagem significativa.

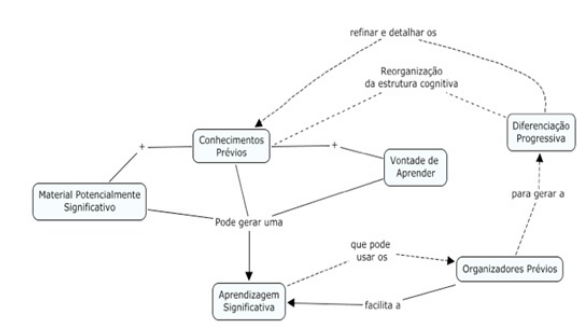


Figura 9 - Mapa conceitual do software SISFRAC. Fonte: Silva (2013).

A função principal do software é mostrar visualmente através da RA uma representação de frações próprias, visto a dificuldade de parte dos estudantes em realizar diferentes representações dos números fracionários. É perceptível que na educação escolar de forma generalizada, o assunto fração vem sendo ministrado através de formas preconcebidas, embasado numa aprendizagem baseada na memorização, na qual o aluno é apenas um receptor de conhecimentos e seguidor de esquemas rígidos e preestabelecidos, constituindo uma aprendizagem mecânica.

No entanto, o software objeto principal deste trabalho, pretende proporcionar ao aluno uma aprendizagem diferencial da tradicional, promovendo a interação entre o conhecimento que ele detém, a utilização da ferramenta e a aspiração em aprender, alcançando portanto uma aprendizagem significativa e com isso produzindo novos conceitos pertinentes ao aluno.

Pretende-se que o software SISFRAC seja implementado no ambiente educacional com algumas pré-condições para seu melhor desenvolvimento. Inicialmente recomenda-se o estabelecimento de duplas entre os alunos, conforme a demanda dos mesmos, além disso é fundamental o kit de marcadores e uma webcam ligada ao computador para realizar a captura das imagens. O sistema permite a exibição tridimensional de prismas que representam geometricamente frações. A atividade é ministrada seguindo algumas fases que serão percorridas ao longo desta proposta.

Na primeira fase são distribuídos vários marcadores, que representam as frações de  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{7}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{2}{6}$ ,  $\frac{2}{12}$ ,  $\frac{2}{8}$ ,  $\frac{4}{8}$ ,  $\frac{4}{15}$ ,  $\frac{3}{7}$ ,  $\frac{5}{9}$ . Cabe salientar que para o bom progresso desta atividade, a segunda fase consiste em uma intervenção metodológica do ensino de frações pelo professor, orientando os alunos, abordando o conceito e a representação da fração.

Na terceira fase, o aluno precisa escolher um marcador e posicioná-lo na área de visão da webcam. O software ao reconhecer o marcador projetará na tela do computador a representação geométrica da fração apresentada. O professor neste momento pode incentivar o aluno a perceber que o número que se encontra no numerador do marcador, é a quantidade pintada na figura representativa da fração em estudo no momento, ressaltando assim a repartição do objeto. Ressalta-se ainda que é fundamental que o educador delimite no seu planejamento, os objetivos a serem alcançados com a utilização do software, buscando a efetiva aprendizagem significativa do aluno. As Figuras 10 e 11 apresentam as frações  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{7}$  utilizando o software SISFRAC.



Figura 10 - Visualização no software SISFRAC da fração  $\frac{1}{2}$ . Fonte: Silva (2013).



Figura 11 - Visualização no software SISFRAC da fração  $\frac{1}{7}$ . Fonte: Silva (2013).

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo explorou-se a RA como uma tecnologia atual que vem contribuindo de forma satisfatória para os softwares educacionais, tanto pelo fato favorecer a visualização por parte do aluno, mas também a experimentação e o estímulo as habilidades computacionais. Mais especificamente, considera-se que o software desenvolvido proporciona um entendimento visual interessante da representação das frações próprias, proporcionando ao nosso público alvo a compreensão do todo repartido e quantificado.

Em trabalhos futuros, pretende-se aplicar o software no ambiente de sala de aula e realizar uma avaliação dos resultados da utilização do mesmo. Também é uma possibilidade utilizar o código fonte do software SISFRAC, como base para desenvolvimento de um outro software que demonstre geometricamente o resultado da operação – soma, subtração, multiplicação e divisão - entre frações.

## AGRADECIMENTOS

O terceiro autor agradece ao CNPq pela bolsa de Produtividade em Desenvolvimento Tecnológico e Extensão Inovadora - DT 2012, processo 310282/2012-8.

## REFERÊNCIAS

ARTOOLKIT versão 2.71. Disponível em: [http://www.hitl.washington.edu/research/shared\\_space/download](http://www.hitl.washington.edu/research/shared_space/download). Acesso em: 20/01/2013.

AZUMA, R. T. et. al. Recents Advances in Augmented Reality. IEICE Computer Graphics and Applications. Nov./Dec. 2001. Disponível em: <http://www.cs.unc.edu/~azuma/cga2001.pdf>.

Acesso em: 10/03/2013.

BAUMGART, J. K. História da álgebra. Trad. Hygino H. Domínguez. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula, v. 4)

BOYER, C. B. História da Matemática, 2.ed., Edgard Blucher, São Paulo, 1996.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARVALHO, C. V. A.; LEMOS, B. M. MaterialDouradoRA - Um software para o ensino-aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional através da Realidade Aumentada. Realidade Virtual, v. 4, p. 57-70, 2011.

CARVALHO, C. V. A ; LEMOS, B. M. Possibilities of Augmented Reality Use in Mathematics Aiming at a Meaningful Learning. Creative Education, v. 05, p. 690-700, 2014.

DAVIS, H. T. História da computação. Trad. Hygino H. Dominguez. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula, v.2).

FERREIRA, A. B. de H. Miniaurélios Século XXI Escolar: O minidicionário da língua portuguesa, 3.ed., Nova Fronteira, Rio de Janeiro, 2001.

GIMENEZ, J. BAIRRAL, M. Frações no currículo do Ensino Fundamental: Conceituação e atividades lúdicas. GEPEM/UFRRJ. Seropédica/RJ, 2005.

GUEDES, M. de F. dos S.; CARVALHO, C. V.

CONSTRUFIG3D e VISUALFIG3D: softwares potencialmente significativos para o ensino da geometria espacial. Revista de Educação, Ciências e Matemática, v. 2, p. 38-55, 2012.

GUELLI, O. Contando a História da Matemática: A invenção dos números, 3.ed, Ática, 1994.

LEMOS, B. M. SISEULER: Um software para apoio ao ensino da Relação de Euler. 147 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2011.

MILGRAM, P; KISHINO, E. A. Taxonomy of Mixed Reality Visual Displays. IEICE Transactions on Information and Systems. Dec/2001. Disponível em: [http://web.cs.wpi.edu/~gogo/hive/papers/Milgram\\_IEICE\\_1994.pdf](http://web.cs.wpi.edu/~gogo/hive/papers/Milgram_IEICE_1994.pdf). Acesso em: 10/06/2013.

MOREIRA, M.A; MASINI, S.F.E. Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2001.

RAMOS, L. F. Frações sem mistérios. 14.ed., São Paulo: Ática, 1997.

SILVA, T. R. SISFRAC - Um software para apoio ao ensino de frações utilizando realidade aumentada. 33 p. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Sistemas de Informação). Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2013.

WOO, M.; NEIDER, J.; DAVIS, T.; SHREINER, D. OpenGL Programming Guide. 800 p. [S.I]:Addison-Welsey, 1999.